

Kugel-Luftkreisel

Momentane Drehachse, Figurenachse



M - 95

Mechanik

Folie Dia Film Video PC-Programm Sonstiges Anz. Blätter: 1 Datum: 12.12.00

Karte nur zur Benutzung in den Räumen der Universität Ulm, Vorlesungssammlung Physik Bearbeiter: *Keller K.-D.*

Stichworte: Kugelkreisel, luftgelagert; Kreisel: luftgelagerter Kugelkreisel

Zweck: Demonstration der drei Kreiselachsen eines kugelförmigen Luftkissenkreisels: momentane Drehachse, Figurenachse, Drehimpulsachse.

Zubehör: Luftkissenkreisel bestehend aus Fuß, Kompressor, eine Kugel mit und eine ohne Gewinde {31-2} sowie:

1 Aluminiumachse	4,17 g
1 schwarzes Balance-Gewicht	10 g
1 rotes Aluminium-Gewicht	5 g
2 goldfarbene Stahl-Gewichte	10 g
1 schwarz-gelbe Gewichtsscheibe	133 g
1 schwarz-weiße Scheibe	17 g
1 gelb-rot-grüne Scheibe	17 g
1 gelb-rot-blaue Scheibe	21 g
1 Alustange mit Platte	20 g
1 Aluminium-Stange mit Rändel und Gewinde	10 g

Bild:



Aufbau: Kompressor auf den Boden oder einen separaten Tisch stellen (aber Vorsicht: er fällt durch die Vibration immer herunter)

Ausrichten des Kreiselkompasses

A, B, C seien die drei Stellschrauben

Kompressor einschalten;

Figurenachse waagrecht halten, z.B. in Richtung Stellschraube C ($\perp AB$);

Keine Rotationsbewegung!

Figurenachse pendelt nach dem Loslassen; diese Pendelebene dreht sich zum Tiefpunkt der Ebene ABC hin;

Stellschrauben so einstellen, dass die pendelnde Figurenachse sich in ihrer Pendelebene nicht mehr wegdreht, egal von wo aus man sie loslässt

Durchführung: nur Kugel mit Achse

zeigen: der Schwerpunkt liegt unter der Kugelmitte: zur Schwingung auslenken

10 g-Balance-Gewicht anbringen \Rightarrow kräftefreier Kreisel

Gewicht von innen nach außen verschieben

a) rücktreibende Kraft

b) Schwerpunkt im Kugelmittelpunkt (bei ca. 12 cm)

c) Anordnung kippt

Kugel mit Achse plus schwarz-weiße Scheibe \Rightarrow momentane Drehachse

Scheibe so verschieben, dass Kreisel kräftefrei wird, dann Kreisel mit den Fingern in Rotation versetzen und der Figurenachse (Aluminiumachse) einen kleinen seitlichen Stoß geben

a) Figurenachse beschreibt Kegelmantel (Nutationskegel) um die raumfeste Impulsachse

b) Auf der Scheibe erscheint ein Bereich der Ruhe: Durchstoßpunkt der momentanen Drehachse, welche im Allgemeinen auf dem Rastpolkegel um die raumfeste Impulsachse läuft

Beim Kugelkreisel (Symmetrie $J_x=J_y=J_z$) ist die momentane Drehachse gleich der (raumfesten) Impulsachse

Anleitung:

Zum Luftkissenkreisel gibt es eine **ausführliche Anleitung von Ealing** (bei den Anleitungen in { 1-1 } unter 31-2). Dort ist erklärt, zu was die Zubehörteile gedacht sind.

Theorie:

Jeder rotationssymmetrische Körper, der auf einer Drehbank hergestellt werden kann, z. B. Kugel, Kreiszylinder, Rotationsellipsoid, Kegel, jedes Rad stellt einen solchen symmetrischen Kreisel dar. Die geometrische Figurenachs ist eine Hauptträgheitsachse durch den Schwerpunkt. Ist sie eine Achse größten Trägheitsmomentes (Scheibe oder abgeplattetes Rotationsellipsoid), so spricht man von einem „**abgeplatteten**“ **Kreisel**; ist sie dagegen eine Achse kleinsten Trägheitsmomentes, von einem „**verlängerten**“ **Kreisel** (länglicher Zylinder, Kegel usw.).

Infolge der Rotationssymmetrie sind alle zur Figurenachs senkrechten Achsen gleichgerichtet. Beim abgeplatteten Kreisel sind es Achsen kleinsten, beim verlängerten Kreisel Achsen größten Trägheitsmomentes.

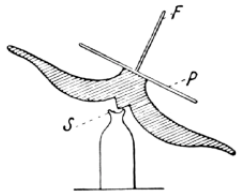


Abbildung 1
Im Schwerpunkt
gelagerter,
abgeplatteter Kreisel

Wir wollen nun einen abgeplatteten Kreisel völlig kräftefrei lagern, indem wir ihn in seinem Schwerpunkt unterstützen. Zu diesem Zweck geben wir dem Kreisel die in Abbildung 1 im Querschnitt gezeichnete Form. Der Kreiselkörper ist so ausbalanciert, dass sein Schwerpunkt genau in der Spitze S liegt, die in einer kleinen Pfanne ruht. So kann sich der Kreiselkörper in einem größeren Winkelbereich um seinen Schwerpunkt drehen. Die Figurenachs ist durch den Stift F erkennbar. Senkrecht zu ihr ist eine mit Zeitungspapier beklebte runde Platte P angebracht. Wird ein solcher Kreisel in schnelle Rotation um die Figurenachs versetzt, so behält er seine Stellung im Raum bei.

Gibt man aber, während der Kreisel läuft, der Figurenachs einen seitlichen Stoß, sodass der Kreisel eine zusätzliche Drehung um eine zur Figurenachs senkrechte Achse ausführen muss, so gerät jetzt die Figurenachs in eine kreisende Bewegung und beschreibt dabei einen Kegelmantel. Der Kreisel führt nunmehr eine Drehung um eine Achse aus, die schräg zur Figurenachs durch den Schwerpunkt geht. Deren Durchstoßpunkt durch die Platte P ist deutlich daran erkennbar, dass an dieser Stelle die Druckschrift in Ruhe bleibt, während sie an allen anderen Stellen infolge der Rotation der Scheibe verwaschen erscheint. Man nennt daher diese Achse die **momentane Drehachs** des Kreisels.

Auch sie bewegt sich im Raum auf einem Kegelmantel. Neben diesen beiden Achsen unterscheidet man am Kreisel noch eine dritte Achse, deren Lage wir zwar nicht sichtbar machen können: die Achse des Drehimpulses, kurz als „**Impulsachs**“ bezeichnet. Die Richtung der Impulsachs findet man durch folgende Überlegung.

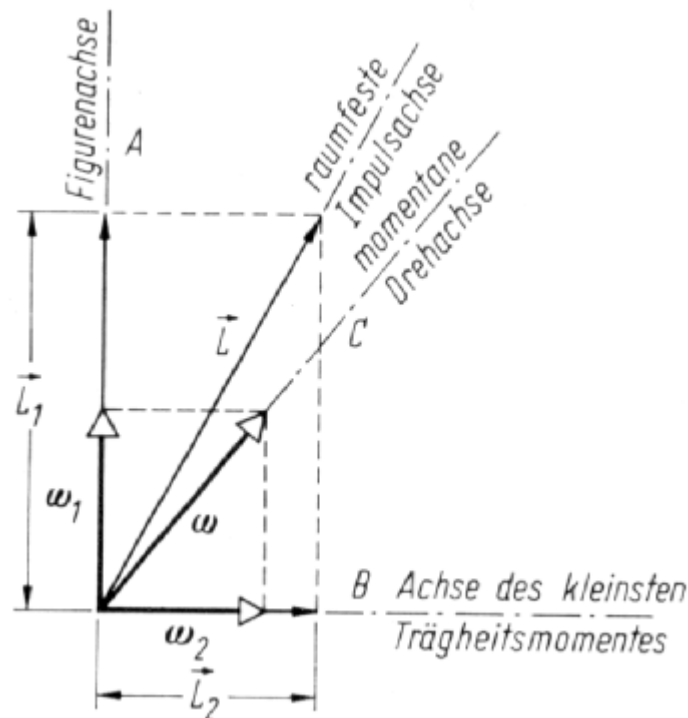


Abbildung 2 Festlegung der drei Kreiselachsen

In der Abbildung 2 ist für einen bestimmten Augenblick die momentane Drehachs C des Kreisels eingezeichnet. Um sie rotiert der Kreiselkörper mit der Winkelgeschwindigkeit ω , deren Vektor mit der Richtung von C zusammenfällt. Wir zerlegen diese Winkelgeschwindigkeit in zwei zueinander senkrechte Komponenten, von denen ω_1 parallel zur Hauptträgheitsachs, also zur Figurenachs A liegt

und eine Umdrehung um diese Achse mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 bedingt, während ω_2 parallel zu einer zweiten Trägheitsachse B verläuft und um diese eine Drehung mit der Winkelgeschwindigkeit ω_2 bewirkt.

Multiplizieren wir ω_1 mit dem Hauptträgheitsmoment J_A des Kreisels um die A-Achse und ω_2 mit dem Trägheitsmoment J_B für die Drehung um die Trägheitsachse B, so erhalten wir die beiden Drehimpulse $L_1 = J_A \omega_1$ und $L_2 = J_B \omega_2$. Die Richtungen dieser Drehimpulse fallen mit den Richtungen der beiden Achsen A und B oder, was dasselbe ist, mit ω_1 und ω_2 zusammen.

In Abbildung 2 sind L_1 und L_2 nach Größe und Richtung eingetragen. Diese beiden Impulse des kleinsten Trägheitsmomentes setzen sich zu dem resultierenden Impuls L zusammen, seine Richtung bestimmt die Impulsachse des Kreisels. Da der Kiesel keinerlei äußeren Kräften unterliegt und somit ein abgeschlossenes System darstellt, muss nach dem Erhaltungssatz des Drehimpulses dieser dauernd nach Größe und Richtung konstant bleiben. Das bedeutet aber, dass die Impulsachse während einer noch so komplizierten Bewegung des Kreisels ihre Richtung im Raum dauernd beibehält.

Um die Impulsachse rotieren auf Kegelmänteln sowohl die Figurenachse als auch die momentane Drehachse. Wie bereits der Versuch ergab, bewegt sich dabei die momentane Drehachse auch auf einem Kegelmantel um die Figurenachse. Es ergibt sich somit für einen abgeplatteten Kiesel ($J_A > J_B$) das in Abbildung 3 gezeichnete Bild:

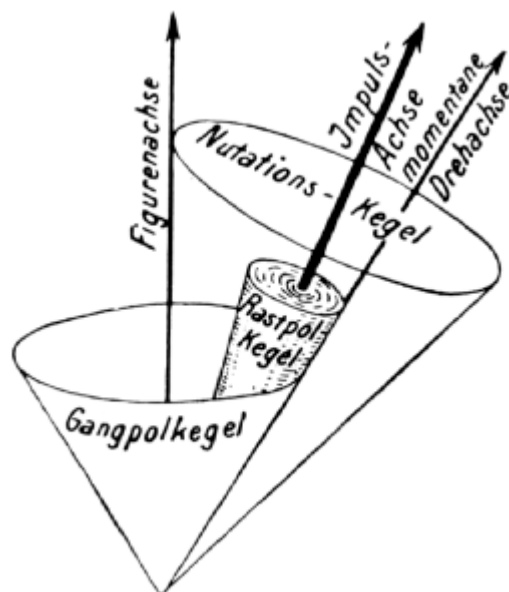


Abbildung 3 Die drei Kreiselachsen

Die momentane Drehachse bewegt sich auf dem Mantel eines Kegels, dem sogenannten **Rastpolkegel**, um die raumfeste Impulsachse. Die Figurenachse bewegt sich ebenfalls auf dem Mantel eines Kegels, dem Nutationskegel, um die Impulsachse. Dabei rollt auf dem raumfesten Rastpolkegel ein mit der Figurenachse starr verbundener Kegel, der **Gangpolkegel**, ab. Die Spitzen sämtlicher Kegel liegen in demselben Punkt, nämlich dem festgehaltenen Punkt des Kreisels (hier also dem Schwerpunkt), die Berührungslinie von Rastpol- und Gangpolkegel liefert die Richtung der momentanen Drehachse. Es kann vorkommen, dass die Impulsachse des Kreisels mit der Figurenachse zusammenfällt. Man spricht in diesem Fall von einem nutationsfreien Kiesel.

(aus Bergmann-Schäfer Band I §39)