



# Trägheitsmoment

## Elliptische Jojos

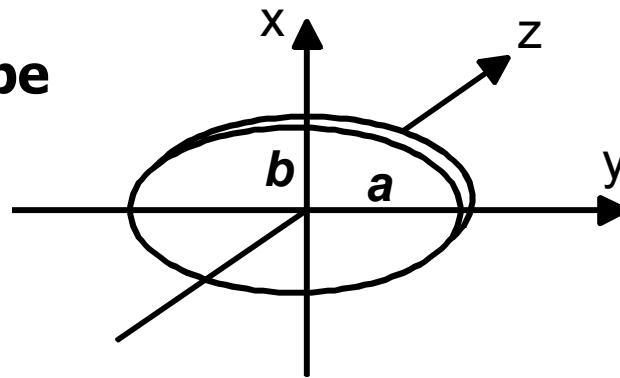


# Trägheitsmomente

## Elliptische Scheibe

$m$  = Masse

$a, b$  = Halbachsen



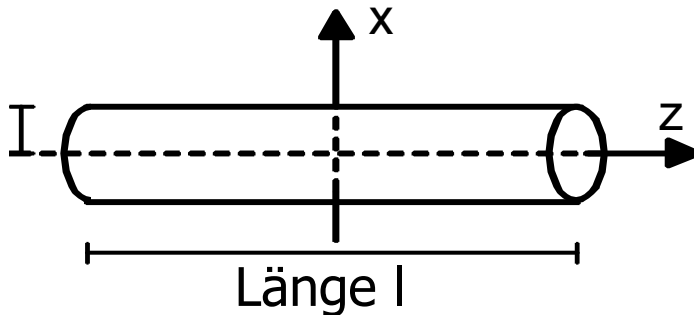
$$J_x = \frac{1}{4} m a^2$$

$$J_y = \frac{1}{4} m b^2$$

$$J_z = \frac{1}{4} m (a^2 + b^2)$$

## Stab

Radius  $r$



$$J_{St,x} = \frac{1}{12} m_{St} (3r^2 + l^2)$$

$$J_{St,z} = \frac{1}{2} m_{St} r^2$$

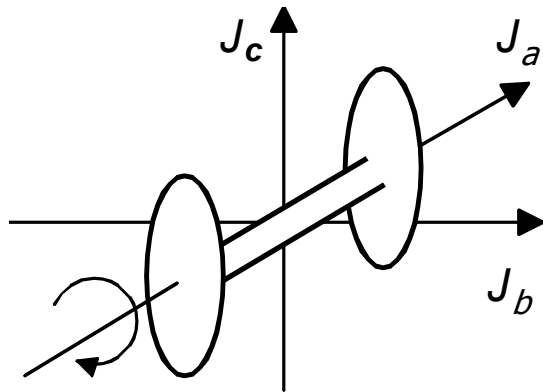
# Steiner'scher Satz

$$\mathbf{J}_R = \mathbf{J} + mR^2$$

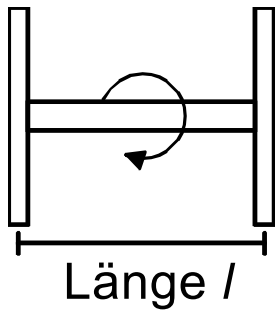
$\mathbf{J}$  = Trägheitsmoment bzgl. einer Achse A durch den Schwerpunkt

$\mathbf{J}_R$  = Trägheitsmoment bzgl. einer zu A parallelen Achse mit Abstand R

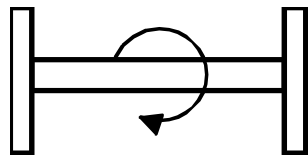
# Scheiben parallel zueinander



$$J_a = 2J_z + J_{St,z}$$

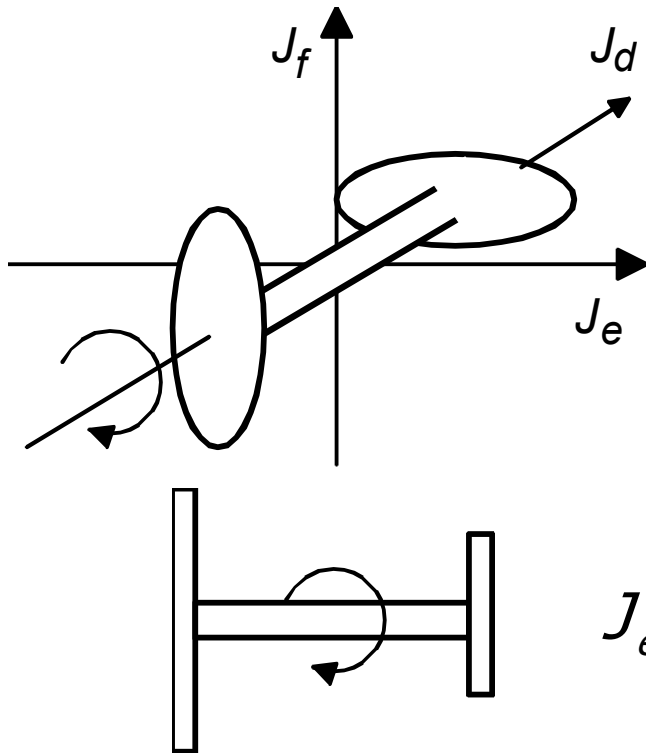


$$J_b = 2 \left( J_x + m \left( \frac{l}{2} \right)^2 \right) + J_{St,x}$$



$$J_c = 2 \left( J_y + m \left( \frac{l}{2} \right)^2 \right) + J_{St,y}$$

# Scheiben senkrecht zueinander



$$J_d = 2J_z + J_{St,z} (= J_a)$$

$$J_e = J_f = J_x + J_y + 2m\left(\frac{l}{2}\right)^2 + J_{St,x}$$

Dieses Jojo hat zwei gleich große Hauptträgheitsmomente. Es läuft immer stabil, da  $J_d$  immer kleinstes oder größtes Trägheitsmoment ist.

# Zahlenwerte

Elliptische Scheibe:  $m = 0,055 \text{ kg}$     $a = 0,08 \text{ m}$     $b = 0,05 \text{ m}$

Stab:  $\rho = 0,44 \text{ g/cm}^3$     $d = 0,01 \text{ m}$

(PVC-Scheibe für die Führung der Schnur wurde nicht berücksichtigt.)

$L / \text{cm}$	$J_a$	$J_b$	$J_c$	$J_d$	$J_e$
3	2,4	2,2	1,1		
6	2,4	2,9	1,8	2,4	1,9
12,5	2,4	6,2	5,1		

$J$  in  $10^{-4} \text{ kg m}^2$